

สาระการเรียนรู้ประจำหน่วย

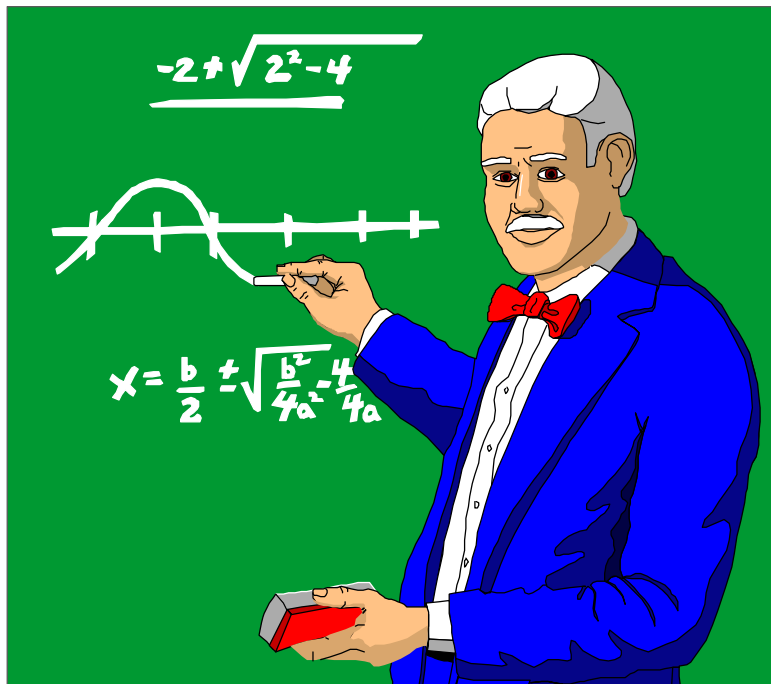
1. ระบบเลขฐาน ต่าง ๆ
2. เลขฐาน 10, ฐาน 2, ฐาน 8, ฐาน 16
3. การแปลงเลขฐาน ต่าง ๆ
4. การบวกและลบระบบเลขฐาน

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\sqrt{49} = 7$$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. อธิบายรูปแบบของระบบเลขฐานต่าง ๆ ได้
2. สามารถแปลงเลขฐานต่าง ๆ ที่ใช้ในระบบคอมพิวเตอร์ได้
3. สามารถหาผลรวมและผลต่าง ของระบบเลขฐานต่าง ๆ ได้



สาระสำคัญ

เราสามารถแทนข้อมูลการทำงาน ของคอมพิวเตอร์ ได้ 2 สถานะ ดังนั้นจึงสามารถใช้ระบบเลขฐานสอง (Binary Number System) เพื่อมาใช้ในการสั่งงานคอมพิวเตอร์ได้



ระบบเลขฐาน

ระบบเลขฐาน คือ การนำตัวเลขมา
รวมกันเพื่อให้เกิดความหมาย เป็นค่าที่ต้อง
อาศัยวิธีการกำหนดหลักของตัวเลข ซึ่งเรียกว่า

Positional Notation

ค่าหลักประจำตำแหน่งหาได้จากค่าของ
เลขจำนวนนั้น (*Absolute Value*) คูณกับค่า
ประจำหลักเลขฐานที่ยกกำลังตามหลักที่
ปรากฏ



หลักการเขียนเลขฐาน

1. ตัวเลขในฐานต้องมิต่ำน้อยกว่าตัวเลข
บ่งบอกค่าฐาน
2. เลขฐาน 10 ไม่นิยมเขียนตัวเลขบ่งบอกค่าฐาน
3. หากตัวเลขที่ใช้เขียนเลขฐานมีค่าเกิน 9
จะใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษแทนตัวเลข

ตัวอักษร *A* แทนเลข 10

ตัวอักษร *B* แทนเลข 11

ตัวอักษร *C* แทนเลข 12

ตัวอักษร *D* แทนเลข 13

ตัวอักษร *E* แทนเลข 14

ตัวอักษร *F* แทนเลข 15

ระบบเลขฐานที่นิยมใช้กัน

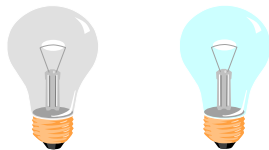
ระบบ เลขฐาน	ชื่อเรียก ภาษาอังกฤษ	องค์ประกอบ ของเลขฐานนั้น ๆ
2	Binary	0 1
3	Ternary	0 1 2
4	Quarternary	0 1 2 3
5	Quinary	0 1 2 3 4
6	Senary	0 1 2 3 4 5
7	Septernary	0 1 2 3 4 5 6
8	Octernary	0 1 2 3 4 5 6 7
9	Nonary	0 1 2 3 4 5 6 7 8
10	Denary	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
11	Undenary	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A
12	Duodenary	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B
13	Tredenary	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C
14	Quatuordenary	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D
15	Quidenary	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E
16	Hexadenary	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

		A B C D E F
--	--	-------------

Bit และ Byte

Bit คือ

หน่วยความจำที่เล็กที่สุด มีค่าเป็น 0 หรือ 1



Byte หรือ Character คือ

กลุ่มของ Bit รวมกัน 8 ตัว เพื่อให้ได้รหัสแทนค่า หรือตัวอักษรจำนวน 1 ตัว โดยองค์ประกอบของ Bit นั้นจะขึ้นอยู่กับชนิดของรหัสที่ใช้

เลขฐาน 10 (*Denary Number*)

คือ ตัวเลขที่ใช้กันอยู่ในชีวิตประจำวัน
ประกอบด้วยตัวเลขระหว่าง 0 ถึง 9



หลักที่มีค่าน้อยที่สุด เรียกว่า

Least Significant Digit (L S D)

หลักซ้ายสุดจะมีค่ามากที่สุด เรียกว่า

*Most Significant Digit (MSD)***ตัวอย่างที่ 1**

จงเปลี่ยนเลขฐาน 10 คือ 98765 เป็นเลขฐาน 10 ด้วยการคูณ

วิธีทำ

$$98765 = 90000 + 8000 + 700 + 60 + 5$$

หรือ

$$5 \times 10^0 = 5$$

$$6 \times 10^1 = 60$$

$$7 \times 10^2 = 700$$

$$8 \times 10^3 = 8000$$

$$9 \times 10^4 = \underline{90000}$$



98765

ตัวอย่างที่ 2

จงเปลี่ยนเลขฐาน 10 คือ 98765 เป็นเลขฐาน 10 ด้วยการหาร

วิธีทำ

$$10 \overline{) 98765} \text{ เศษ}$$

$$10 \overline{) 9876} \quad 5$$

$$10 \overline{) 987} \quad 6$$

$$10 \overline{) 98} \quad 7$$

$$10 \overline{) 9} \quad 8$$

$$0 \quad 9$$



เมื่อเรียงตามค่าเศษจากล่างขึ้นบน จะได้

ผลลัพธ์ **98765**

น้ำหนักตามตำแหน่ง ของตัวเลขต่างๆ
สามารถแทนด้วยสมการ ดังต่อไปนี้

$$N = d_n R^n + \dots + d_3 R^3 + d_2 R^2 + d_1 R^1 + d_0 R^0$$

เมื่อ

N คือ ค่าของจำนวนฐานสิบที่ต้องการ

d_n คือ ตัวเลขที่อยู่ในตำแหน่งต่างๆ

R คือ ฐานของจำนวนตัวเลขนั้นๆ

n คือ ค่ายกกำลังของฐานตามตำแหน่งต่างๆ



เลขฐาน 2 (Binary Number)

2^{n-1}	...	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	...
	...	8	4	2	0	0.5	0.25	...



ตัวอย่างที่ 1

$$110101_2 = ?$$

$$= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$= 32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1$$

$$110101_2 = 53$$

ตัวอย่างที่ 2

$$11.10011_2 = ?$$

$$= 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} +$$

$$1 \times 2^{-4} + 1 \times 2^{-5}$$

$$= 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{0}{4} + \frac{0}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$$

$$= 2 + 1 + 0.5 + 0 + 0 + 0.0625 + 0.03125$$

$$11.10011_2 = 3.59375$$



เลขฐาน 8 (Octenary Number)

ระบบเลขฐานแปดเป็นระบบเลขที่มี
เลขโดดที่ใช้ทั้งหมดแปดตัวเรียงตามลำดับ
ค่าดังนี้

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

ตารางแสดงค่าประจำหลักของเลขฐาน 8

...	8^5	8^4	8^3	8^2	8^1	8^0
...	32768	4096	512	64	8	1



ตัวอย่างที่ 1

$$6375_8 = ?$$

$$= 6 \times 8^3 + 3 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 5 \times 8^0$$

$$= 3072 + 192 + 56 + 5$$

$$6375_8 = 3325$$



ตัวอย่างที่ 2

$$0.425_8 = ?$$

$$= 0 \times 8^0 + 4 \times 8^{-1} + 2 \times 8^{-2} + 5 \times 8^{-3}$$

$$= 0 + \frac{4}{8} + \frac{2}{64} + \frac{5}{512}$$

$$= 0 + 0.5 + 0.03125 + 0.009765$$

$$0.425_8 = 0.541015$$



เลขฐาน 16

(Hexadenary Number)

สัญลักษณ์แทนจำนวนในระบบเลขฐานสิบหก
ประกอบด้วยตัวเลข 10 ตัว คือ

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

และอักษรภาษาอังกฤษ อีก 6 ตัว คือ

A, B, C, D, E, F



ตารางแสดงค่าประจำหลักของเลขฐาน 16

...	16^5	16^4	16^3	16^2	16^1	16^0
...	1048576	65536	4096	256	16	1

ตัวอย่างที่ 1

$$6F7A_{16} = ?$$

$$= 6 \times 16^3 + F \times 16^2 + 7 \times 16^1 + A \times 16^0$$

$$= 12582912 + 3840 + 112 + 10$$

$$6F7A_{16} = 12586874$$



ตัวอย่างที่ 2

$$6F.7A_{16} = ?$$

$$= 6 \times 16^1 + F \times 16^0 + 7 \times 16^{-1} + A \times 16^{-2}$$

$$= 96 + 15 + \frac{7}{16} + \frac{10}{256}$$

$$= 96 + 15 + 0.4375 + 0.0391$$

$$= 111.4766$$

$$6F.7A_{16} = 111.48$$



ตารางเปรียบเทียบเลขในระบบฐานสิบ

ฐานสอง ฐานแปด และฐานสิบหก

เลขฐานสิบ	เลขฐานสอง	เลขฐานแปด	เลขฐานสิบหก
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

การเปลี่ยนเลขฐาน 2 เป็นฐาน 10

ตาราง แสดงค่าประจำหลักเลขฐาน 2

	...	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
	...	32	16	8	4	2	1

ตัวอย่างที่ 1

การแปลงเลขฐานสองเป็นฐานสิบ

$$\begin{aligned}
 N &= (1101_2) \\
 &= (1 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0) \\
 &= 8 + 4 + 0 + 1 \\
 &= (13_{10})
 \end{aligned}$$



การแปลงเลขฐานสองเป็นฐานสิบ

โดยใช้วิธีแยกหลัก

1. ค่าประจำหลัก	2^3	2^2	2^1	2^0
2. ค่าของเลขฐาน 10	8	4	2	1
3. ตัวเลขฐาน 2	1	1	0	1
4. ผลคูณ $(2) \times (3)$	8	4	0	1
5. ผลรวม (4) คือผลลัพธ์				13



ตัวอย่างที่ 2

การแปลงเลขฐานสองเป็นฐานสิบที่มีจุดทศนิยม

$$\begin{aligned}
 N &= (101.101_2) \\
 &= (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0) + (1 \times 2^{-1}) + (0 \times 2^{-2}) \\
 &\quad + (1 \times 2^{-3}) \\
 &= 4 + 0 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{0}{4} + \frac{1}{8} \\
 &= 4 + 0 + 1 + 0.5 + 0 + 0.125 \\
 &= (5.625_{10})
 \end{aligned}$$



การเปลี่ยนเลขฐาน 8 เป็นฐาน 10

ตารางแสดงค่าประจำหลักเลขฐาน 8

...	8^5	8^4	8^3	8^2	8^1	8^0
...	32768	4096	512	64	8	1

ตัวอย่างที่ 1

$$\begin{aligned}
 N &= (647)_8 \\
 &= (6 \times 8^2) + (4 \times 8^1) + (7 \times 8^0) \\
 &= 6 \times 64 + 4 \times 8 + 7 \times 1 \\
 &= 384 + 32 + 7 \\
 &= (423)_{10}
 \end{aligned}$$



หรือ ใช้วิธีแยกหลัก

1. ค่าประจำหลัก $\underline{8^2 \quad 8^1 \quad 8^0}$
2. ค่าของเลขฐาน 10 $64 \quad 8 \quad 1$
3. ตัวเลขฐาน 8 $\underline{6 \quad 4 \quad 7}$
4. คูณ $(2) \times (3)$ $\underline{384 \quad 32 \quad 7}$
5. ผลรวมคือผลลัพธ์ $\underline{\hspace{2cm} 423}$



ตัวอย่างที่ 2

$$\begin{aligned}
 N &= (523.204)_8 \\
 &= (5 \times 8^2) + (2 \times 8^1) + (3 \times 8^0) + (2 \times 8^{-1}) + (0 \times 8^{-2}) \\
 &\quad + (4 \times 8^{-3}) \\
 &= 320 + 16 + 3 + \frac{21}{8} + \frac{0}{64} + \frac{4}{512} \\
 &= 320 + 16 + 3 + 0.25 + 0 + 0.0078 \\
 &= 339.2578 \\
 &= (339.26)_{10}
 \end{aligned}$$



การเปลี่ยนเลขฐาน 16 เป็นฐาน 10

ตาราง แสดงค่าประจำหลักเลขฐาน 16

...	16^4	16^3	16^2	16^1	16^0
...	65536	4096	256	16	1

ตัวอย่างที่ 1

$$\begin{aligned}
 N &= (D76F)_{16} \\
 &= (13 \times 16^3) + (7 \times 16^2) + (6 \times 16^1) + (15 \times 16^0) \\
 &= 53248 + 1792 + 96 + 15 \\
 &= (55151)_{10}
 \end{aligned}$$



หรือ ใช้วิธีแยกหลัก

1. ค่าประจำหลัก 16^3 16^2 16^1 16^0
2. ค่าของเลขฐาน 10 4096 256 16 1
3. ตัวเลขฐาน 16 D(13) 7 6 F(15)
4. คูณ $(2) \times (3)$ 53248 1792 96 15
5. ผลรวมคือผลลัพธ์ 55151



ตัวอย่างที่ 2

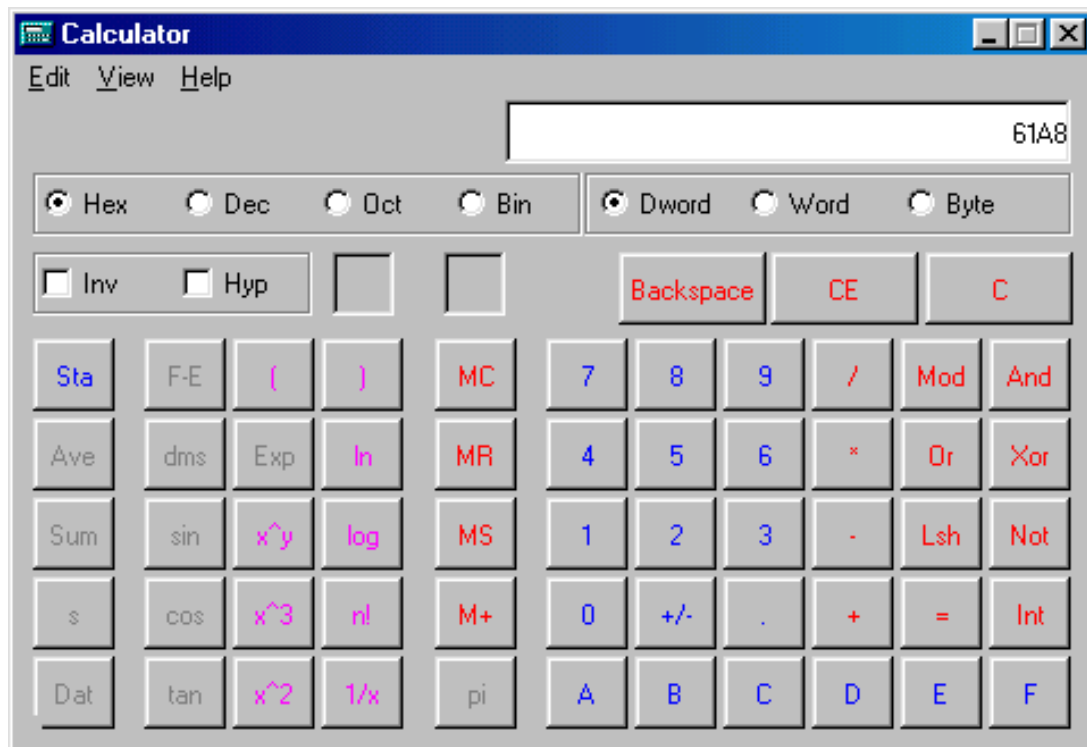
$$\begin{aligned} N &= (A4B.4C)_{16} \\ &= (10 \times 16^2) + (4 \times 16^1) + (11 \times 16^0) + (4 \times 16^{-1}) \\ &\quad + (12 \times 16^{-2}) \\ &= 2560 + 64 + 11 + \frac{4}{16} + \frac{12}{256} \\ &= 2560 + 64 + 11 + 0.25 + 0.0469 \\ &= 2635.2969 \\ &= (2635.30)_{10} \end{aligned}$$



ตัวอย่างที่ 3

ต้องการแปลง $(25000)_{10}$ เป็นเลขฐาน 2,8,16 โดยใช้เครื่องคิดเลข จะได้ผลลัพธ์

- ฐาน 2 จะได้ 110000110101000_2
- ฐาน 8 จะได้ 60650_8
- ฐาน 16 จะได้ $61A8_{16}$



การเปลี่ยนเลขฐาน 10 เป็นเลขฐานต่าง ๆ

ตัวอย่างที่ 1

จงเปลี่ยน 147_{10} เป็นเลขฐาน 2

$$2 \overline{) 1 \ 4 \ 7}$$

$$2 \overline{) 7 \ 3} \text{ เศษ } 1$$

$$2 \overline{) 3 \ 6} \text{ เศษ } 1$$

$$2 \overline{) 1 \ 8} \text{ เศษ } 0$$

$$2 \overline{) \quad 9} \text{ เศษ } 0$$

$$2 \overline{) \quad 4} \text{ เศษ } 1$$

$$2 \overline{) \quad 2} \text{ เศษ } 0$$

$$\underline{\underline{1}} \text{ เศษ } 0$$

ผลลัพธ์ที่ได้คือ 147_{10} เท่ากับ 10010011_2



ตัวอย่างที่ 2

จงเปลี่ยน 5247_{10} เป็นเลขฐาน 8

$$8 \overline{) 5 \ 2 \ 4 \ 7}$$

$$8 \overline{) \quad 6 \ 5 \ 5} \text{ เศษ } 7$$

$$8 \overline{) \quad \quad 8 \ 1} \text{ เศษ } 7$$

$$8 \overline{) \quad \quad 1 \ 0} \text{ เศษ } 1$$

$$\underline{1} \text{ เศษ } 2$$

ผลลัพธ์ที่ได้คือ 5247_{10} เท่ากับ 12177_8



ตัวอย่างที่ 3

จงเปลี่ยน 37826_{10} เป็นเลขฐาน 16

$$16 \overline{) 3 \ 7 \ 8 \ 2 \ 6}$$

$$16 \overline{) \quad \quad 2 \ 3 \ 6 \ 4} \quad \text{เศษ } 2$$

$$16 \overline{) \quad \quad \quad 1 \ 4 \ 7} \quad \text{เศษ } 12 \text{ (C)}$$

$$\underline{\underline{9}} \text{ เศษ } 3$$

ผลลัพธ์ที่ได้คือ 37826_{10} เท่ากับ $93C2_{16}$



ตัวอย่างที่ 4

จงเปลี่ยน 0.7345_{10} เป็นเลขฐาน 2

วิธีทำ

$$\begin{array}{rclcl}
 0.7345 \times 2 & = & 1.469 & \text{ได้ } 1 & \leftarrow (MSD) \\
 0.469 \times 2 & = & 0.938 & \text{ได้ } 0 & \\
 0.938 \times 2 & = & 1.876 & \text{ได้ } 1 & \\
 0.876 \times 2 & = & 1.752 & \text{ได้ } 1 & \\
 0.752 \times 2 & = & 1.504 & \text{ได้ } 1 & \\
 0.504 \times 2 & = & \underline{1.008} & \text{ได้ } 1 & \leftarrow (LSD)
 \end{array}$$

$$\therefore 0.7345_{10} = .101111_2$$



การบวกเลขฐาน (Addition)

ตัวอย่างที่ 5

จงหาผลบวกของ 111_2 และ 10_2 เป็นเลขฐาน 2

วิธีทำ

จำนวนที่ 1	1	1	1	
จำนวนที่ 2			1	0 +
ตัวทด	1	1		+
ผลลัพธ์	1	0	0	1

คำตอบ $111_2 + 10_2 = 1001_2$

ตัวอย่างที่ 6

$$2437_8 + 315_8 = ?$$

วิธีทำ

จำนวนที่ 1 2 4 3 7

จำนวนที่ 2 3 1 5

ตัวทด 1

ผลลัพธ์ 2 7 5 4

คำตอบ $2437_8 + 315_8 = 2754_8$



ตัวอย่างที่ 7

$$2887_{16} + 395_{16} = ?$$

วิธีทำ

จำนวนที่ 1	2	8	8	7
จำนวนที่ 2		3	9	5
ตัวทด		1		
ผลลัพธ์	2	12	1	12
แทนค่า 2		C	1	C

คำตอบ $2887_{16} + 395_{16} = 2C1C_{16}$



ตัวอย่างที่ 8

$$FA84_{16} + DCB7_{16} = ?$$

วิธีทำ

จำนวนที่ 1		15	10	8	4
จำนวนที่ 2		13	12	11	7
ตัวทด		1	1	1	
ผลลัพธ์	1	13	7	3	11
แทนค่า	1	D	7	3	B

คำตอบ $FA84_{16} + DCB7_{16} = 1D73B_{16}$



การลบเลขฐาน (Subtraction)

ตัวอย่างที่ 1

$$101_2 - 10_2 = ?$$

วิธีทำ

ตัวชี้	$\begin{array}{r} 2 \\ \hline \end{array}$
จำนวนที่ 1	1 0 1
จำนวนที่ 2	$\begin{array}{r} 10 \\ \hline \end{array}$
ผลลัพธ์	1 1



คำตอบ $101_2 - 10_2 = 11_2$

ตัวอย่างที่ 2

$$6523_8 - 4935_8 = ?$$

วิธีทำ

ตัวยืม		8	8	8
จำนวนที่ 1	6	5	2	3
จำนวนที่ 2	4	7	3	5
ผลลัพธ์	1	5	6	6



คำตอบ $6523_8 - 4735_8 = 1566_8$

ตัวอย่างที่ 3

$$FD84_{16} - DCB7_{16} = ?$$

วิธีทำ

ตัวยืม			<u>16</u>	<u>16</u>
จำนวนที่ 1	15	13	8	4
จำนวนที่ 2	<u>13</u>	<u>12</u>	<u>11</u>	<u>7</u>
ผลลัพธ์	2	0	12	13
แทนค่า	2	0	C	D

คำตอบ $FD84_{16} - DCB7_{16} = 20CD_{16}$