

สาระการเรียนรู้

1. ระบบเลขฐานต่าง ๆ (ระบบเลขฐานสิบ ,
ฐานสอง, ฐานแปด และฐานสิบหก)
2. การเขียนระบบเลขฐานต่าง ๆ ในรูปแบบ
กระจาย
3. การเปลี่ยนระบบเลขฐานต่าง ๆ
4. การคำนวณในระบบเลขฐานต่าง ๆ



จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายระบบสัญลักษณ์ของระบบเลขฐานต่างๆ ได้
2. เขียนระบบเลขฐานต่างๆ ในรูปแบบการกระจายได้
3. สามารถเปลี่ยนระบบเลขฐานสิบให้เป็นระบบเลขฐานต่างๆ ได้
4. สามารถเปลี่ยนระบบเลขฐานต่างๆ ให้เป็นระบบเลขฐานสิบได้
5. สามารถคำนวณหาผลรวมและผลต่างของระบบเลขฐานต่างๆ ได้

สาระสำคัญ

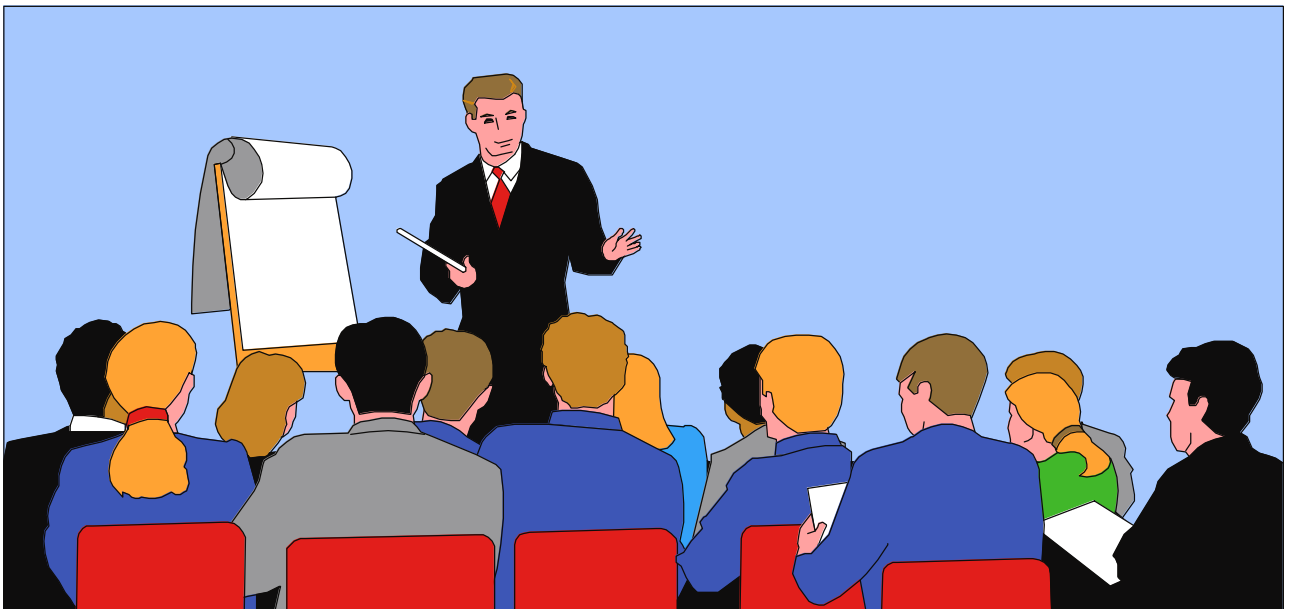
ระบบเลขฐานที่มีความเกี่ยวข้องกับ
คอมพิวเตอร์ คือ ช่วยในเรื่องการจัดการระบบ
ดิจิทัล หรือ ระบบอิเล็กทรอนิกส์ใน
คอมพิวเตอร์ ได้แก่

ระบบเลขฐานสอง ระบบเลขฐานแปด และ
ระบบเลขฐานสิบหก

ข้อมูลด้วยคอมพิวเตอร์นั้น ข้อมูลต่าง ๆ จะถูก
นำเข้าเป็นลำดับของบิต (Bit) หรือ เลขฐานสอง
ก่อนเสมอ

ระบบตัวเลข (Number Systems)

ระบบตัวเลขแต่ละระบบจะมีจำนวนตัวเลขที่ใช้เหมือนกับชื่อของระบบตัวเลขนั้น และมีฐาน (*Base*) ของจำนวนเลขตามชื่อด้วย



เลขฐานสอง (Binary Number System)

ประกอบด้วยเลข 2 ตัว คือ **0** และ **1**

แต่ละหลักของเลขฐานสอง จะเรียกว่า **บิต** (Bit)

01 มีค่าเท่ากับ 2 บิต

0101 มีค่าเท่ากับ 4 บิต

01010101 มีค่าเท่ากับ 8 บิต



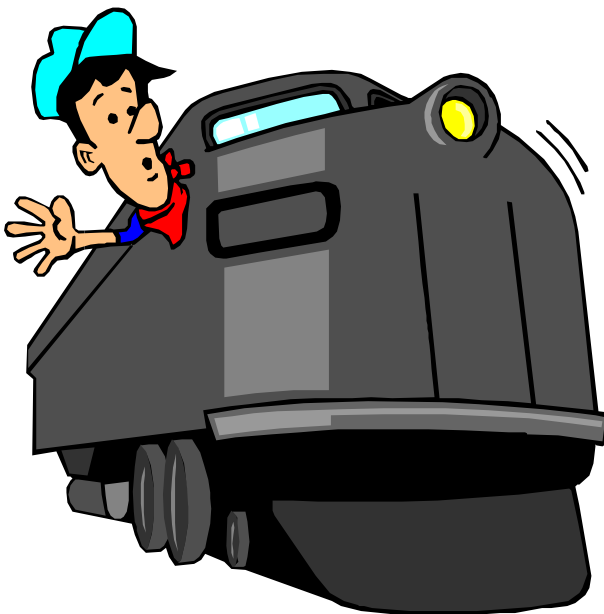
เลขฐานแปด (Octal Number System)

ประกอบด้วยเลข

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

ตัวเลขทั้ง 8 ตัวนี้จะมีค่าเกินเลข 7 ไม่ได้แต่สามารถนำมาเรียงประกอบกันขึ้นได้ เช่น

$(4536)_8$, $(123)_8$



เลขฐานสิบหก (Hexadecimal)

เลขฐานสิบหก	เลขฐานสิบ
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
A	10
B	11
C	12
D	13
E	14
F	15

ตารางแสดง การเปรียบเทียบเลขฐานต่าง ๆ

ฐานสิบ	ฐานสอง	ฐานแปด	ฐานสิบหก
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11

ตัวอย่างที่ 1

จงพิจารณาเลขระบบฐาน 5 ซึ่งมีเลข 5 ตัวคือ 0, 1, 2, 3, 4,

1) กำหนดให้ $N = 413_5$

$$\begin{aligned} N &= (4)(5)^2 + (1)(5)^1 + (3)(5)^0 \\ &= (4)(25) + (1)(5) + (3)(1) \\ &= 100 + 5 + 3 \\ &= 108 \end{aligned}$$

นั่นคือ 108 แทนเลขฐานสิบของ N



2) กำหนดให้ทศนิยม $M = 43.302_5$

$$\begin{aligned}
 M &= (4)(5)^1 + (3)(5)^0 + (3)(5)^{-1} + (0)(5)^{-2} + (4)(5)^{-3} \\
 &= (4)(5) + (3)(1) + (3)(0.2) + 0 + (4)(0.008) \\
 &= 20 + 3 + 0.6 + 0 + .032 \\
 &= 23.632
 \end{aligned}$$

นั่นคือ 23.632 แทนเลขฐานสิบของ M



ระบบเลขฐานสอง (Binary System)

ระบบเลขฐานนี้ใช้ตัวเลขเพียง 2 ตัว คือ **0** และ **1**

การเขียนจำนวนในระบบเลขฐาน 2

สามารถเขียนได้ดังนี้

$$(a_n \cdots a_2 a_1 . b_1 b_2 \cdots b_m)_2$$

$a_1 a_2 \cdots a_n$ แทน 0, 1 ซึ่งอยู่หน้าจุดทศนิยม

$b_1 b_2 \cdots b_m$ แทน 0, 1 ซึ่งอยู่หน้าจุดทศนิยม



ตัวอย่างที่ 1

เรื่องเกี่ยวกับการเขียนและการอ่านเลขฐาน

$(101101)_2$

อ่าน

หนึ่ง ศูนย์ หนึ่ง หนึ่ง ศูนย์ หนึ่ง ฐานสอง

$(101.101)_2$

อ่าน

หนึ่ง ศูนย์ หนึ่ง จุด หนึ่ง ศูนย์ หนึ่ง ฐานสอง



การเปลี่ยนเลขฐานสิบให้เป็นเลขฐานสอง

การเปลี่ยนจำนวนในระบบเลขฐานสิบที่เป็น
จำนวนเต็มให้เป็นเลขฐานสอง

โดยใช้วิธีการหารสั้น มีขั้นตอนดังนี้

1. ตัวตั้ง คือ จำนวนข้อมูลหรือตัวเลขที่อยู่ในระบบเลขฐาน 10
2. ตัวหาร คือ 2
3. นำผลลัพธ์ที่ได้จากการหารมาหารด้วย 2
ต่อไปและกระทำต่อไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งได้
ผลลัพธ์เป็นศูนย์หมดจึงหยุดหาร
4. เรียงเศษที่ได้จากการหารตั้งแต่เริ่มต้น
จนถึงครั้งสุดท้ายมาเขียนเรียงต่อกัน

ตัวอย่างที่ 1

จงแปลง $(37)_{10}$ ให้เป็นเลขฐานสอง

วิธีทำ

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 37} \\
 \underline{2} 18 \text{ เศษ } 1 \\
 2 \overline{) 18} \text{ เศษ } 0 \\
 \underline{2} 9 \text{ เศษ } 1 \\
 2 \overline{) 9} \text{ เศษ } 1 \\
 \underline{2} 4 \text{ เศษ } 0 \\
 2 \overline{) 4} \text{ เศษ } 0 \\
 \underline{2} 2 \text{ เศษ } 0 \\
 \underline{2} 0 \text{ เศษ } 1 \\
 \underline{0} 0 \text{ เศษ } 1
 \end{array}$$



$$\therefore (37)_{10} = 100101_2$$

ตัวอย่างที่ 2

จงแปลง $(153)_{10}$ ให้เป็นเลขฐานสอง

วิธีทำ

$$2 \overline{) 153}$$

$$2 \overline{) 76} \text{ เศษ } 1$$

$$2 \overline{) 38} \text{ เศษ เศษ เศษ }$$

$$2 \overline{) 19} \quad 0$$

$$2 \overline{) 9} \quad 1$$

$$2 \overline{) 4} \quad 1$$

$$2 \overline{) 2} \quad 0$$

$$1 \quad 0$$



เศษ เศษ

$$\therefore (153)_{10} = 10011001_2$$

ตัวอย่างที่ 3

จงแปลง $(0.25)_{10}$ ให้เป็นเลขฐานสอง

วิธีทำ

$$\begin{array}{cc}
 0.25 & 0.50 \\
 \times 2 & \times 2 \\
 \hline
 0.50 & 1.00 \\
 \swarrow & \searrow \\
 \therefore (0.25)_{10} = (0.01)_2
 \end{array}$$



ตัวอย่างที่ 4

จงแปลง $(0.8125)_{10}$ ให้เป็นเลขฐานสอง

วิธีทำ	0.8125	0.6250	1.2500	0.5000
	$\times 2$	$\times 2$	$\times 2$	$\times 2$
	<u>1.6250</u>	<u>1.2500</u>	<u>0.5000</u>	<u>1.000</u>

$$\therefore (0.8125)_{10} = (0.1101)_2$$



การบวกเลขฐานสอง (Binary Addition)

การบวกเลขฐานสองมีหลักการบวก
เหมือนกันกับการบวกเลขฐานสิบ คือ เมื่อ
ผลบวกมีค่ามากกว่าค่าหลัก จะต้องทด 1 ไปยัง
หลักที่สูงกว่า ดังนี้

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 0 \text{ ทด } 1$$



ตัวอย่างที่ 1

จงบวกเลขฐานสองต่อไปนี้

(1) $(1010)_2 + (101)_2$

(2) $(1011)_2 + (1001)_2$

(3) $(1001110)_2 + (1001111)_2$

(4) $(100111)_2 + (111100)_2$



วิธีทำ

(1) 1 0 1 0 เทียบเท่าฐานสิบ 1 0

$$\begin{array}{r} 101 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \hline \end{array}$$

(2) 1 0 1 1 เทียบเท่าฐานสิบ 1 1

$$\begin{array}{r} 1001 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10100 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \hline \end{array}$$



(3) 1 0 0 1 1 1 0

1 0 0 1 1 1 1

1 0 0 1 1 1 0 1

(4) 1 0 0 1 1 1

1 1 1 1 0 0

1 1 0 0 0 1 1



ตัวอย่างที่ 2

จงหาค่าของ

$$(1001)_2 + (1100)_2 + (1110)_2 + (0111)_2 + (0101)_2$$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r}
 1001 \\
 + \\
 1100 \\
 + \\
 1110 \\
 + \\
 0111 \\
 + \\
 \underline{0101} \\
 \hline
 101111
 \end{array}$$



ตัวอย่างที่ 3

จงหาค่าของ $(1010)_2 + (1101)_2 + (0110)_2 + (1001)_2$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 1\ 0 \\
 + \\
 1\ 1\ 0\ 1 \\
 + \\
 0\ 1\ 1\ 0 \\
 + \\
 \underline{1\ 0\ 0\ 1} \\
 \underline{1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0}
 \end{array}$$



ตัวอย่างที่ 4

จงหาค่าของ

$$(1010.110)_2 + (1101.011)_2 + (0110.110)_2$$

วิธีทำ

1 0 1 0 . 1 1 0

1 1 0 1 . 0 1 1

0 1 1 0 . 1 1 0

1 1 1 1 0 . 1 1 1



การลบเลขฐานสอง (Binary Subtraction)

การลบเลขฐานสองกระทำได้โดยใช้หลักต่อไปนี้

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \text{ (ต้องยืมหลักที่สูงกว่ามา 1)}$$



ตัวอย่างที่ 1

จงลบเลขฐานสองต่อไปนี้

$$(1) (10110)_2 - (1010)_2$$

$$(2) (10101)_2 - (1101)_2$$

$$(3) (1001101)_2 - (10010)_2$$

$$(4) (11011.110)_2 - (1110.001)_2$$

วิธีทำ

(	1)	1 0 1 1 0	(	2)	1 0 1 0 1
		- 1 0 1 0			- 1 1 0 1
		<u>1 1 0 0</u>			<u>1 0 0 0</u>

(	3)	1 0 0 1 1 0 1	(	4)	1 1 0 1 1 . 1 1 0
		<u>1 0 0 1 0</u>			<u>1 1 1 0 . 0 1 1</u>
		<u>1 1 1 0 1 1</u>			<u>1 1 0 1 . 0 1 1</u>

ระบบเลขฐานแปด

ระบบเลขฐานนี้ใช้ตัวเลข (สัญลักษณ์)

เพียง 8 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

การเขียนจำนวนในระบบเลขฐาน 8

สามารถเขียนได้ดังนี้

$$(a_n \dots a_2 a_1 \cdot b_1 b_2 \dots b_m)_8$$

เมื่อ $a_1 a_2 \dots a_n$ แทน 0, 1, 2, ..., 7 (หน้าจุดทศนิยม)

$b_1 b_2 \dots b_m$ แทน 0, 1, 2, ..., 7 (หลังจุดทศนิยม)

การเปลี่ยนเลขฐานสิบให้เป็นเลขฐานแปด

การเปลี่ยนจำนวนในระบบเลขฐานที่เป็นจำนวนเต็มให้เป็นเลขฐานแปด ด้วยใช้วิธีการหารสั้น มีขั้นตอนดังนี้

1. ตัวตั้ง คือจำนวนตัวเลขที่อยู่ในระบบเลขฐาน 10
2. ตัวหาร คือ 8
3. นำผลลัพธ์ที่ได้จากการหารมาหารด้วย 8 ต่อไปและกระทำต่อไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งได้ผลลัพธ์เป็นศูนย์หมดจึงหยุดการหาร
4. เรียงเศษที่ได้จากการหารตั้งแต่เริ่มต้นจนถึงครั้งสุดท้ายมาเขียนเรียงต่อกัน โดยเริ่มจากล่างขึ้นบน



ตัวอย่างที่ 12 จงแปลง $(37)_{10}$ ให้เป็นเลขฐานแปด

วิธีทำ
$$\begin{array}{r|l} 8 & 37 \\ \hline & 4 \text{ เศษ } 5 \end{array}$$

$$\therefore (37)_{10} = (45)_8$$

ตัวอย่างที่ 13 จงแปลง $(152)_{10}$ ให้เป็นเลขฐานแปด

วิธีทำ
$$\begin{array}{r|l} 8 & 152 \\ \hline 8 & 64 \text{ เศษ } 0 \\ \hline 8 & 8 \text{ เศษ } 0 \\ \hline & 1 \text{ เศษ } 0 \end{array}$$

$$\therefore (152)_{10} = (1000)_8$$



การเปลี่ยนจำนวนในระบบเลขฐานสิบที่เป็นทศนิยม

โดยใช้วิธีการคูณ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. ตัวตั้ง คือ จำนวนตัวเลขที่อยู่หลังจุดทศนิยมในระบบเลขฐานสิบ
2. ตัวหาร คือ 8
3. นำผลลัพธ์ที่ได้จากการคูณ เอาเฉพาะส่วนที่เป็นจุดทศนิยมคูณกับเลข 8 ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งได้จากคูณเป็นศูนย์หมด
4. เรียงผลลัพธ์ที่ได้จากการคูณเฉพาะส่วน นี้อยู่หน้าทศนิยมตั้งแต่การคูณครั้งแรกจนถึงการคูณครั้งสุดท้าย

ตัวอย่างที่ 14

จงแปลง $(0.375)_{10}$ ให้เป็นเลขฐานแปด

วิธีทำ 0.375

$$\begin{array}{r} \times 8 \\ \hline 3.000 \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore (0.375)_{10} = 3.00_8$$



ตัวอย่างที่ 15

จงแปลง $(543.1875)_{10}$ ให้เป็นเลขฐานแปด

วิธีทำ

$$\begin{array}{r}
 8 \overline{) 543} \qquad \qquad \qquad 0.1875 \quad 0.5000 \\
 \underline{8 67} \text{ เศษ } 7 \qquad \qquad \underline{ x 8} \quad \underline{ x 8} \\
 \underline{8 8} \quad \diamond \rightarrow \underline{ 3} \quad \diamond \rightarrow \underline{ 1} \quad \underline{ 4.0000} \\
 \qquad \qquad \qquad \underline{1} \qquad \qquad \underline{0}
 \end{array}$$

$$(543.1875)_{10} = (1037.14)_8$$



การบวกเลขฐานแปด

(Octal Addition)

หลักการบวกมีดังนี้ ให้บวกเหมือนกับการบวกเลขฐานสิบ ถ้าผลของการบวกเกิน 7 ได้ผลบวกแล้วลบด้วยค่าฐาน (8) ผลของการลบคือค่าในตำแหน่งนั้นแล้วทด 1 ไปตำแหน่งที่สูงกว่า แต่ถ้าผลบวกไม่เกิน 8 ค่านั้นคือคำตอบ



ตัวอย่างที่ 16

จงบวกเลขฐานแปดต่อไปนี้

$$(1) \quad (13)_8 + (23)_8$$

$$(2) \quad (235)_8 + (76)_8$$

$$(3) \quad (76301.63)_8 + (36524.26)_8$$

$$(4) \quad (6463)_8 + (2317)_8$$

วิธีทำ

$$(1) \quad \begin{array}{r} 13 \\ 23 \\ \hline 36 \end{array} \quad (2) \quad \begin{array}{r} 235 \\ 76 \\ \hline 333 \end{array}$$

$$(3) \quad \begin{array}{r} 763014.63 \\ 36524.26 \\ \hline 1021541.11 \end{array} \quad (4) \quad \begin{array}{r} 6463 \\ 2317 \\ \hline 11002 \end{array}$$

การลบเลขฐานแปด (Octal Subtraction)

การลบเลขฐานแปด กระทำเหมือนเลขฐานสิบ แต่ถ้าตัวตั้งมีค่าน้อยกว่าตัวลบ ต้องมีการยืมหลักที่มีค่ามากกว่า ซึ่งเท่ากับ 8 แล้วจึงลบได้

ตัวอย่างที่ 1

จงลบเลขฐานแปดต่อไปนี้

$$(1) \quad (235)_8 - (76)_8$$

$$(2) \quad (6753)_8 - (5736)_8$$

วิธีทำ

$ \begin{array}{r} (1) \quad 235 \\ -76 \\ \hline 137 \end{array} $	$ \begin{array}{r} (2) \quad 6753 \\ -5736 \\ \hline 1015 \end{array} $
--	--

การแปลงเลขระบบฐานสองและฐานแปด

เลขฐานแปด	เลขฐานสอง
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

โดยแบ่งเลขฐานสองออกเป็นชุด ๆ ละ 3 บิต
 โดยนับจากทางขวามาทางซ้าย ถ้าชุดสุดท้ายมีไม่
 ถึง 3 บิต ให้เติม 0 ลงไป แต่ถ้าเป็นทศนิยม
 แบ่งเป็นชุดให้นับจากทางซ้ายไปทางขวา

ตัวอย่าง

จงแปลง $(11110111)_2$ ให้เป็นเลขฐานแปด
วิธีทำ

$$\begin{aligned} 11110111 &= 011 \quad 110 \quad 111 \\ &= \quad 3 \quad \quad 6 \quad \quad 7 \end{aligned}$$

$$\therefore (11110111)_2 = (367)_8$$



ตัวอย่าง

$$(11101001000.01011)_2 = (?)_8$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} & \textcolor{red}{0}11\ 101\ 001\ 000 . 010\ 11\textcolor{red}{0} \\ &= \quad 3 \quad 5 \quad 1 \quad 0 . \quad 2 \quad 6 \\ &= (3510.26)_8 \end{aligned}$$



การแปลงเลขฐานแปดให้เป็นเลขฐานสอง ทำ
ได้ในลักษณะเดียวกัน โดยเขียนแทนเลขฐานแปด
1 ตัว ด้วยเลขฐานสอง 3 ตัว

ตัวอย่าง

จงแปลง $(2537)_8$ ให้เป็นเลขฐานสอง

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 2537 &= 2 \quad 5 \quad 3 \quad 7 \\ &= 010 \quad 101 \quad 011 \quad 111 \end{aligned}$$

$$\therefore (2537)_8 = (10101011111)_2$$

ตัวอย่างที่ 27

จงแปลง $(247.51)_8$ ให้เป็นเลขฐานสอง
วิธีทำ

$$\begin{aligned} 247.51 &= 2 \quad 4 \quad 7 \quad . \quad 5 \quad 1 \\ &= 010 \quad 100 \quad 111 \quad . \quad 101 \quad 001 \end{aligned}$$

$$\therefore (247.51)_8 = 10100111.101001$$



การแปลงเลขระหว่างฐานสองและฐานสิบหก

เลขฐานสิบหก	เลขฐานสอง
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

ตัวอย่างที่ 28

จงแปลง (110000111100111.100011)₂

ให้เป็นเลขฐานสิบหก

วิธีทำ

$$110000111100111.100011 =$$

$$= 0110 \ 0001 \ 1110 \ 0111 \ . \ 1000 \ 1100$$

$$= \quad 6 \quad 1 \quad E \quad 7 \quad . \quad 8 \quad C$$

$$= \quad \mathbf{61E7.8C}$$



ตัวอย่างที่ 29

จงแปลง $(8ADF.238)_{16}$ ให้เป็นเลขฐานสอง
วิธีทำ

8ADF.238

= 1000 1010 1101 0111 . 0010 0011 1000

8ADF.238 = 1000101011010111.001000111

การแปลงเลขระหว่างฐานแปดและฐานสิบหก

ตัวอย่างที่ 1

จงแปลง $(3A6E)_{16}$ ให้เป็นเลขฐานแปด

วิธีทำ $3A6E = 0011 \text{ } 1010 \text{ } 0110 \text{ } 1110$

$$= (0011101001101110)_2$$

$$= 000 \text{ } 011 \text{ } 101 \text{ } 001 \text{ } 101 \text{ } 110$$

$$= \quad 0 \quad 3 \quad 5 \quad 1 \quad 5 \quad 6$$

$$\therefore (3A6E)_{16} = (35156)_8$$

ตัวอย่างที่ 2

จงแปลง $(4721.327)_8$ ให้เป็นเลขฐานสิบหก
วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 4721.327 &= 100 \text{ } 111 \text{ } 010 \text{ } 001 \text{ } . \text{ } 011 \text{ } 010 \text{ } 111 \\
 &= (100111010001.011010111)_2 \\
 &= 1001 \text{ } 1101 \text{ } 0001 \text{ } . \text{ } 0110 \text{ } 1011 \text{ } 1000 \\
 &= \quad 9 \quad D \quad 1 \text{ } . \quad 6 \quad B \quad 8
 \end{aligned}$$

$$\therefore (4721.327)_8 = (9D1.6B8)_{16}$$